

MECÂNICA GERAL - 2/2009

LISTA 13

1. Como ilustração do resultado mencionado em aula que a energia cinética de um corpo é a energia cinética de rotação relativa a qualquer ponto que esteja instantaneamente em repouso faça o seguinte: Escreva a energia cinética de um aro uniforme de massa M que rola sem deslizar com velocidade v sobre um piso horizontal como a soma da energia cinética associada ao movimento de seu centro de massa (CM) com a de rotação em torno do CM. Agora escreva a energia de rotação em torno do ponto de contato com o piso (centro instantâneo de rotação) e mostre que os dois resultados são iguais. Você vai ter que relembrar o teorema de Steiner a respeito do cálculo do momento de inércia relativo a eixos paralelos.

2. (a) Duas barras rígidas geometricamente idênticas, de espessura desprezível e $0.5m$ de comprimento, mas de massas diferentes, uma com $0,8kg$ e a outra com $2,4kg$, são soldadas de modo a formar uma única barra de $1m$ de comprimento. Considere o momento de inércia desta barra composta relativo a um eixo perpendicular à barra. Determine a localização deste eixo para que o momento de inércia a ele relativo seja o menor possível. Determine o valor do momento de inércia neste caso.

(b) Sobre uma das extremidades de uma barra uniforme apoiada sobre uma mesa horizontal faz-se agir uma força horizontal, perpendicular à barra. A barra está inicialmente em repouso. Seu comprimento é L e sua massa M . Determine o ponto da barra que tem aceleração inicial nula.

3. Uma barra rígida uniforme de massa M e comprimento L é mantida em equilíbrio fazendo um ângulo θ_0 com um plano horizontal sem atrito sobre o qual está apoiada uma de suas extremidades. A barra é abandonada a partir desta posição .

(a) Determine sua velocidade angular como função da inclinação relativa ao plano horizontal.

(b) Determine a velocidade do centro de massa da barra no instante em que ela toca o solo. (*Sugestão:* Use a conservação da energia mecânica total.)

4. Um aro circular de massa M e raio R está em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito. Uma bala de mesma massa e velocidade v paralela ao plano horizontal se incrusta na periferia deste aro. A espessura do aro é suficiente para acomodar a bala, mas desprezível frente a seu raio R .

(a) Qual a velocidade do centro de massa do sistema formado pelo aro e pela bala (i) antes; e (ii) depois da bala penetrar no aro?

(b) Qual o momento angular do sistema em relação a seu centro de massa antes da bala penetrar no aro?

(c) Com que velocidade angular o sistema gira depois da bala atingir o aro?

(d) Quanta energia cinética foi perdida nesta colisão inelástica?

5. (a) Um hemisfério sólido uniforme de raio R está apoiado pela sua face plana no plano xy com seu centro na origem. Determine a posição de seu CM.

(b) Encontre a posição do CM de uma camada hemisférica uniforme de raios interno e externo a e b respectivamente e massa M , posicionada como no item anterior.

(c) Faça $a = 0$ e comente o resultado. Faça o mesmo para quando $b \rightarrow a$.

6. (a) Determine o momento de inércia de uma esfera sólida uniforme de massa M e raio R para

rotações em torno de um diâmetro.

(b) Faça o mesmo para uma casca esférica oca e uniforme cujos raios interno e externo sejam a e b respectivamente.

(c) Uma estação espacial estacionária pode ser considerada como uma casca esférica oca de massa 6ton e raios interno e externo $5m$ e $6m$. Para mudar sua orientação, um giroscópio uniforme de raio 10cm e massa 10kg em seu centro é posto para girar, indo rapidamente do repouso até 1000rpm . Quanto tempo levará a estação para girar de 10 graus? Quanta energia será necessária para esta operação?

7. Um corpo rígido é constituído de 8 massas iguais a m colocadas nos vértices de um cubo de aresta a , conectadas por barras de massa desprezível.

(a) Determine o tensor de inércia \mathbf{I} para rotações em torno de um vértice O do cubo. Use eixos paralelos às arestas do cubo.

(b) Determine o tensor de inércia do mesmo objeto, agora para rotações em torno do centro do cubo. Use eixos paralelos às arestas. Explique porque, neste caso, é de se esperar que certos elementos de \mathbf{I} sejam nulos.

8. Considere dois corpos rígidos formados por tres massas nas posições dadas abaixo:

Corpo A: m em $(a, 0, 0)$, $2m$ em $(0, a, a)$ e $3m$ em $(0, a, -a)$;

Corpo B: m em $(a, 0, 0)$, m em $(0, a, 2a)$ e m em $(0, 2a, a)$.

Para cada um deles:

(a) Determine o tensor de inércia \mathbf{I}

(b) Encontre os momentos principais e um conjunto de eixos principais ortogonais.